

Capítulo 1

Números enteros

- El conjunto de los números enteros (\mathbb{Z}).
- Representación en la recta numérica.
- El orden en \mathbb{Z} .
- Módulo o valor absoluto.
- Números opuestos y consecutivos.
- Adición y sustracción.
- Multiplicación y división.
- Potenciación y radicación.
- Operaciones combinadas.

El conjunto de los números enteros

Teoría

Los números **naturales** (\mathbb{N}) se utilizan básicamente para **contar** y para expresar cantidades enteras. Pero no son suficientes para expresar, por ejemplo, deudas o temperaturas bajo cero, por eso, es necesario recurrir a los números **negativos**.

Los números naturales, el cero y los números negativos forman el conjunto de los números **enteros** (\mathbb{Z}).

$$\mathbb{Z} = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots\}$$

El **0** no es positivo ni negativo, como tampoco es par ni impar.

1 Colocar el número entero que represente cada situación.

a) Tengo una deuda de noventa pesos.

b) Estoy a setenta metros sobre el nivel del mar.

c) La temperatura es de siete grados bajo cero.

d) Tengo ahorrados ciento cincuenta pesos.

e) El hecho ocurrió cien años antes de Cristo.

f) El ascensor está en el quinto subsuelo.

g) La temperatura es de veinte grados.

h) Un buzo está a doscientos metros de profundidad.

2 Fernando trabaja como mozo en un bar. La tabla muestra las propinas que recibió en una semana.

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Propina	\$ 55	\$ 48	\$ 53	\$ 47	\$ 62	\$ 58	\$ 34

a) Calcular el promedio diario de propinas.

b) Asignar a cada día un número entero que represente cuánto más o cuánto menos del promedio recibe de propina.

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Número entero							

Pensar y responder.

c) ¿Cuánto recibe de propina si el número entero es + 8?

d) ¿Y cuánto si el número entero es - 9?

e) ¿Y cuánto si es 0?

- 3 Se pesan diez bolsas cuyo peso promedio es de 650 g y se coloca en cada una un número entero que indica cuánto más o cuánto menos del promedio pesa cada una.

Colocar el peso de cada bolsa teniendo en cuenta el número entero que le corresponde.

a)  b) 
 c)  d) 
 e)  f) 
 g)  h) 
 i)  j) 

- 4 Colocar el número entero que corresponda.

- a) Un buzo está a -25 m y desciende 10 m, ahora está a .
- b) La temperatura es de -3°C y aumenta 8°C , ahora es de .
- c) Un ascensor que está en el piso 6 y baja 10 pisos llega al .
- d) El saldo de una cuenta es $-\$120$. Si se depositan $\$200$, el saldo es de .
- e) Un soldado romano falleció en el 35 d. C. y vivió 60 años. Nació en .

- 5 El saldo de una caja de ahorros en un banco se calcula según los depósitos y las extracciones.

- a) Completar los movimientos del mes de mayo.

Fecha	Movimiento de la cuenta	Saldo
01/05	Depósito \$ 600	\$ 250
08/05	Extracción \$ 400	
11/05	Extracción \$ 200	
15/05	Depósito \$ 550	
21/05		$-\$100$
27/05		\$ 400
31/05		$-\$300$

Responder.

- b) ¿Cuál era el saldo antes del primer depósito?
- c) ¿Cuánto dinero se extrajo en total durante el mes?
- d) ¿Cuál es la diferencia de saldo entre el primer y último día?

Desafío

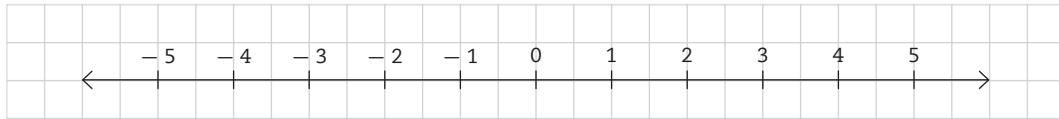
- 6 Un submarino estaba a -218 m, descendió una cierta cantidad de metros, ascendió 348 m y quedó a 26 m de la superficie.

Calcular cuántos metros descendió.

La recta numérica. Orden

Teoría

Para ubicar números enteros en la **recta numérica**, se toma el 0 como punto de referencia. A su derecha, se ubican los números positivos; a su izquierda, los negativos. La distancia entre dos números consecutivos debe ser igual en toda la recta.



Los números enteros se **ordenan** según su ubicación en la recta numérica. Cualquier número es mayor que los ubicados a su izquierda y menor que los ubicados a su derecha.

$$-5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5$$

En consecuencia:

- Cualquier número positivo es siempre mayor que cualquier número negativo.
- Cualquier número negativo es siempre menor que cualquier número positivo.
- El 0 es mayor que cualquier número negativo y menor que cualquier número positivo.

7 Elegir una escala adecuada, ubicar convenientemente el 0 y representar los siguientes números.

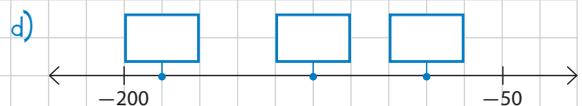
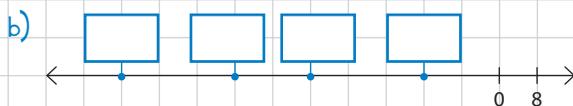
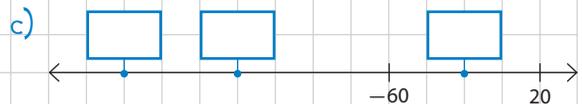
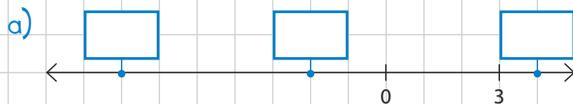
a) $-8, 10, -11, 3, -17$ y -4 .



b) $-15, 20, -80, 35, -95$ y -30 .



8 Completar los casilleros con los números que corresponda.



9 Unir cada número con el o los intervalos a los que pertenece.

a) $a = -3$

e) $a = 1$

$a < -3$

c) $a = -5$

$a > -1$

b) $a = 2$

f) $a = -4$

$-3 \leq a < 1$

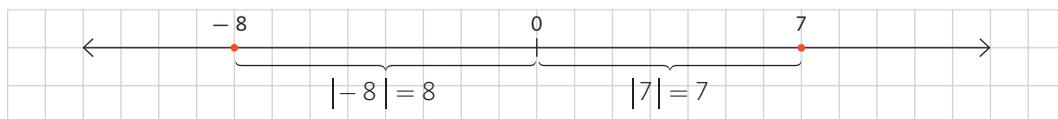
d) $a = 0$

$-5 < a \leq 0$

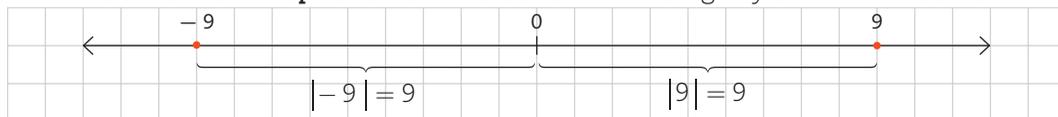
Módulo de un entero. Números opuestos y consecutivos

Teoría

- El **módulo** o **valor absoluto** de un número entero es su distancia al cero en la recta numérica y siempre es **positiva**. Al módulo de un número n , se lo simboliza $|n|$.

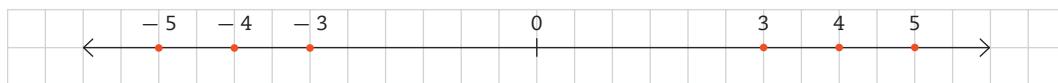


- Dos números enteros son **opuestos** cuando tienen distinto signo y el mismo módulo.



-9 y 9 son números opuestos

- El **anterior** de un número entero es el que está inmediatamente a su izquierda en la recta numérica; y el **siguiente**, el que está inmediatamente a su derecha.
- Un número y su anterior o un número y su siguiente se denominan **consecutivos**.



- a) 3 es el anterior a 4, y 4 es el anterior a 5; también, 5 es el siguiente de 4, y 4 es el siguiente de 3.
 b) -5 es el anterior a -4 , y -4 es el anterior a -3 ; también, -3 es el siguiente de -4 , y -4 es el siguiente de -5 .

10 Colocar $>$ o $<$ según corresponda.

- a) $|-3|$ 2 c) $|-7|$ 6 e) 0 $|-6|$
 b) -1 $|-2|$ d) $|-5|$ $|-4|$ f) 12 $|-11|$

11 Escribir el número que cumple con cada condición.

- a) El opuesto de siete. \rightarrow c) El siguiente de menos tres. \rightarrow
 b) El anterior a menos diez. \rightarrow d) El módulo es cinco y es negativo. \rightarrow

12 Observar la recta y colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.



- a) $0 < a$ c) $|r| > a$ e) $m < g$ g) $|m| > |r|$
 b) $m > r$ d) $|t| = |m|$ f) $|g| > t$ h) $p < |g|$

Desafío

13 Escribir todos los valores enteros de a que cumplen con cada condición.

- a) $|a| = 4$ b) $|a| < 3$ c) $5 < |a| < 10$

14 La tabla muestra los movimientos del ascensor de un edificio de oficinas. Completar la tabla.

Parte de	Se desplaza	Llega a
7	9 pisos hacia abajo	
- 3	5 pisos hacia arriba	
- 2	1 piso hacia abajo	
- 5	4 pisos hacia arriba	
	6 pisos hacia arriba	0
	7 pisos hacia abajo	- 4
6		- 2
- 6		4
- 1		- 3

15 La temperatura promedio en la Antártida argentina en septiembre es de $- 18^{\circ}\text{C}$. La tabla muestra la temperatura promedio en las distintas bases. Colocar un número entero que indique cuántos grados más o menos hace en cada base respecto del promedio.

Base	Belgrano	Esperanza	Jubany	Marambio	Orcadas	San Martín
Temperatura promedio	$- 3^{\circ}\text{C}$	$- 17^{\circ}\text{C}$	$- 13^{\circ}\text{C}$	$- 22^{\circ}\text{C}$	$- 19^{\circ}\text{C}$	$- 24^{\circ}\text{C}$
Número entero						

16 Guillermo toma como referencia el momento en que sale de su casa para ir al trabajo y considera los minutos anteriores o posteriores como números enteros. Completar la tabla.

Actividad	Hora	Número entero
Se levanta	6:30	
Se ducha		- 25
Desayuna	6:55	
Sale de su casa	7:05	
Llega al trabajo	7:30	
Almuerza		+ 310
Sale del trabajo	16:00	

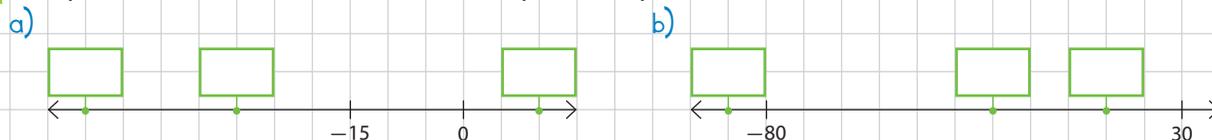
17 Colocar V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $0 > - 2$ <input type="checkbox"/> | d) $- 7 < - 3$ <input type="checkbox"/> | g) $1 > - 500$ <input type="checkbox"/> |
| b) $- 5 < - 6$ <input type="checkbox"/> | e) $- 23 > - 20$ <input type="checkbox"/> | h) $- 28 < - 29$ <input type="checkbox"/> |
| c) $- 1 > 0$ <input type="checkbox"/> | f) $0 < - 4$ <input type="checkbox"/> | i) $- 50 > - 60$ <input type="checkbox"/> |

- 18 Elegir una escala adecuada, ubicar convenientemente el 0 y representar los siguientes números.
 $-75, 300, -250, 125, -150$ y -400 .

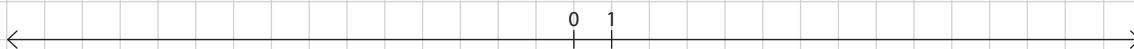


- 19 Completar los casilleros con los números que corresponda.



- 20 Ubicar en la recta numérica todos los números enteros que cumplen con las siguientes condiciones.

- Tienen módulo 11.
- Tienen módulo menor que 4.
- Son consecutivos con -5 .
- El módulo es mayor que 7 y menor que 10.



- 21 Completar los casilleros con números consecutivos.

a) $< -5 <$ c) $<$ < 1 e) $-9 <$ $<$

b) $-10 <$ $<$ d) $< -14 <$ f) $<$ < -33

- 22 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- a) El anterior de -8 es -7 . d) El opuesto de 21 es 12.
- b) El siguiente de -10 es -9 . e) 3 es 5 unidades mayor que -2 .
- c) 1 y -1 son números consecutivos. f) -4 es 3 unidades menor que -1 .

- 23 Completar las siguientes frases.

- a) El opuesto de un número negativo es .
- b) Un número negativo es que su anterior y que su siguiente.
- c) El opuesto de un número positivo es .
- d) Entre dos números negativos, es menor el de módulo.
- e) Dos números distintos que tienen el mismo módulo son .
- f) Entre dos números negativos, es mayor el de módulo.

Adición y sustracción de números enteros

Teoría

Para sumar y restar números enteros, se realizan los siguientes procedimientos:

$$+ 7 + 11 = + 18 \rightarrow \text{Si ambos son positivos, se suman; y la suma es positiva.}$$

$$\left. \begin{array}{l} + 5 - 12 = - 7 \\ - 8 + 13 = + 5 \end{array} \right\} \text{Si tienen distinto signo, al de mayor módulo, se le resta el de menor módulo; y el resultado lleva el signo del número de mayor módulo.}$$

$$- 2 - 6 = - 8 \rightarrow \text{Si ambos son negativos, se suman sus módulos; y la suma es negativa.}$$

Una **suma algebraica** es una sucesión de sumas y restas.

Para resolverla, se suman todos los números **positivos** y se resta la suma de todos los **negativos**.

$$- 6 + 2 - 3 + 8 + 4 - 9 + 1 - 7 = + 2 + 8 + 4 + 1 - (6 + 3 + 9 + 7) = 15 - 25 = - 10$$

24 Resolver las siguientes adiciones y sustracciones.

a) $- 7 + 10 =$

d) $- 3 - 5 =$

g) $- 13 + 25 =$

b) $4 - 9 =$

e) $12 - 21 =$

h) $17 - 33 =$

c) $- 11 + 8 =$

f) $- 8 - 15 =$

i) $- 32 + 19 =$

25 En la tabla, figuran algunos hechos históricos.

Hechos históricos	Año
Se establece la República en Roma.	- 509
Comienza la Primera Guerra Púnica.	- 264
Grecia es convertida en provincia romana.	- 146
Augusto toma el título de Emperador.	- 27
Trajano asume como Emperador.	98
Se divide el Imperio en Imperio de Oriente e Imperio de Occidente.	395
Cae el Imperio Romano de Occidente en poder de los invasores.	476

Calcular y responder.

a) La primera Guerra Púnica duró 23 años. ¿En qué año terminó?

b) Augusto murió 41 años después de lograr el título de Emperador, ¿en qué año murió?

c) ¿Cuántos años pasaron desde que en Roma se estableció la República hasta que Grecia fue anexada como provincia romana?

d) ¿Cuántos años pasaron desde que Augusto asumió como Emperador hasta la caída del Imperio Romano de Occidente?

e) ¿Cuántos años pasaron desde que se establece la República hasta que se divide el Imperio?

26 Resolver las siguientes sumas algebraicas.

a) $7 - 8 + 4 - 10 + 6 - 5 - 9 =$

c) $8 + 9 - 13 - 17 + 21 - 16 - 2 =$

b) $- 12 + 7 - 6 - 10 + 3 + 4 + 2 =$

d) $- 15 + 7 - 13 + 34 + 18 - 24 - 9 =$

Supresión de paréntesis

Teoría

Para suprimir un paréntesis, se debe tener en cuenta el signo que lo antecede.

- Si es un **+**, los signos que están dentro del paréntesis **NO** cambian.
a) $+(+7) = +7$ b) $+(-9) = -9$ c) $+(-6+1) = -6+1$ d) $+(+4-3) = +4-3$
- Si es un **-**, los signos que están dentro del paréntesis **CAMBIAN**.
a) $- (+2) = -2$ b) $- (-8) = +8$ c) $- (-4+7) = +4-7$ d) $- (+6-10) = -6+10$

27 Suprimir previamente los paréntesis y luego resolver.

- a) $+(+9) - (+6) =$ d) $-(-2) - (-8) =$ g) $-(-3+11-8+6) =$
- b) $- (+7) + (-3) =$ e) $+(-4+9) - (+6) =$ h) $+(-1+4) - (+17-6) =$
- c) $+(-5) - (-5) =$ f) $-(-10) + (+3-15) =$ i) $-(-8+3) + (-5-19) =$

28 La amplitud térmica es la diferencia entre la temperatura **máxima** y la **mínima** registrada en un día.

Calcular las siguientes amplitudes térmicas.

- a) Temperatura máxima: 8°C y temperatura mínima: 3°C \longrightarrow Amplitud térmica:
- b) Temperatura máxima: 5°C y temperatura mínima: -2°C \longrightarrow Amplitud térmica:
- c) Temperatura máxima: 0°C y temperatura mínima: -6°C \longrightarrow Amplitud térmica:
- d) Temperatura máxima: -4°C y temperatura mínima: -8°C \longrightarrow Amplitud térmica:

Calcular y responder.

- e) ¿Cuál es la temperatura máxima si la amplitud térmica es de 8°C y la mínima es de -2°C ?
- f) ¿Cuál es la temperatura mínima si la amplitud térmica es de 7°C y la máxima es de 3°C ?

29 Colocar los signos que faltan para que se verifiquen las siguientes igualdades.

- a) $\square (+4) - (\square 7) = +3$ c) $+(\square 2) - (\square 2) = -4$
- b) $-(\square 5) \square (-3) = -2$ d) $\square (-9) \square (-5) = +4$

Desafío

30 Colocar los números que faltan para que se verifiquen las siguientes igualdades.

- a) $|- \square | + |-7| = 12$ c) $|-13-9| = |2-\square|$
- b) $-|-13| + |- \square | = -5$ d) $\square - |-3| = |-1-1|$

Multiplicación y división de números enteros

Teoría

Para **multiplicar** o **dividir** dos números enteros, se aplica la regla de los signos.

Signo de un factor	Signo del otro factor	Signo del producto o cociente
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

$$\rightarrow (+3) \cdot (+8) = +24 \text{ o } (+15) : (+3) = +5$$

$$\rightarrow (+7) \cdot (-4) = -28 \text{ o } (+30) : (-5) = -6$$

$$\rightarrow (-2) \cdot (+9) = -18 \text{ o } (-54) : (+6) = -9$$

$$\rightarrow (-6) \cdot (-5) = +30 \text{ o } (-63) : (-9) = +7$$

Para resolver más de dos multiplicaciones o divisiones, se respeta el orden de izquierda a derecha. Si se altera ese orden, el resultado puede no ser el correcto.

Por ejemplo: $(-24) : 4 \cdot (-3) \nearrow (-6) \cdot (-3) = +18 \rightarrow$ resultado correcto

$\searrow (-24) : (-12) = +2 \rightarrow$ resultado incorrecto

31 Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones.

a) $8 \cdot (-8) =$

e) $-13 \cdot (-5) =$

i) $120 : (-3) : (-8) =$

b) $-28 : 7 =$

f) $-76 : (-4) =$

j) $-9 \cdot (-4) \cdot (-3) =$

c) $-6 \cdot 9 =$

g) $8 \cdot (-6) : 12 =$

k) $-144 : 18 \cdot (-9) =$

d) $51 : (-3) =$

h) $-28 : 7 \cdot 2 =$

l) $12 \cdot (-9) : (-12) =$

32 Completar con el número entero que verifique las igualdades.

a) $7 \cdot (\square) = -56$

d) $\square : (-2) = -13$

g) $-18 \cdot (\square) = 144$

b) $\square \cdot (-6) = 54$

e) $4 \cdot (\square) = -36$

h) $\square : 3 = -19$

c) $-40 : (\square) = 5$

f) $\square : 5 = -12$

i) $15 \cdot (\square) = -90$

33 Colocar $>$, $<$ o $=$ según corresponda.

a) $36 : 3 \square -2 \cdot 6$

d) $-8 \cdot 5 \square 10 \cdot (-4)$

b) $3 \cdot (-7) \square -3 \cdot (-7)$

e) $35 : (-5) \cdot 2 \square -15$

c) $-9 : 9 \square -12 \cdot 0$

f) $0 \square 20 : (-4) \cdot 3$

34 Resolver las siguientes operaciones.

a) $12 : (-10 + 6) =$

e) $(-3 - 21) : (1 - 5) =$

b) $(3 - 28) : 5 =$

f) $(15 - 47) : (-7 + 15) =$

c) $-2 \cdot (-7 + 13) =$

g) $(-17 - 18) : (-22 + 15) =$

d) $(4 - 11) \cdot (12 - 18) =$

h) $(-27 + 63) : (3 - 15) =$

35 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $-18:6 - 35:(-7) + (-11) =$

f) $-19 + (-9 \cdot 12 + 8):(-8 + 33) =$

b) $(7 - 13) \cdot 2 + (-6 - 15):7 =$

g) $(-26 + 36:4) \cdot 2 - 174:(-7 + 1) =$

c) $(-13 + 54:3) \cdot (-8) - 161:(-7) =$

h) $256:(-15 - 1) - (-6 \cdot 15 + 13 \cdot 3):3 =$

d) $-126:3:(-6) - (-13 + 32) =$

i) $-33 + (67 - 49:7):(-19 + 7) - 116:(-4) =$

e) $72:(-3):(-2) + 352:(2 - 13) =$

j) $338:(-58 + 9 \cdot 5) - 2 \cdot (14 - 7 \cdot 6) =$

Desafío

36 Completar con el número que verifique la igualdad.

a) $\square \cdot (-2) - 6 = 8$

d) $-60:(\square) - 5 = 7$

b) $3 \cdot (\square) + 2 = -10$

e) $(\square + 3) \cdot 4 = -20$

c) $\square : 4 + 9 = 3$

f) $-36:(\square - 1) + 7 = -2$

37 Plantear el cálculo y resolver.

- a) Un ascensor está en el segundo subsuelo, sube seis pisos, luego baja cinco, vuelve a subir ocho y finalmente baja trece. ¿En qué piso se quedó el ascensor?
- b) El saldo de una caja de ahorros es de $-\$ 230$. Se depositan $\$ 180$ y luego se retiran $\$ 420$. ¿Cuánto hay que depositar para que el saldo sea de $\$ 190$?

38 Colocar el número que verifique las siguientes igualdades.

- a) $\square + 3 = -4$ d) $4 - (\square) = 12$ g) $-8 - (\square) = 17$
 b) $\square - 5 = -11$ e) $\square + 7 = -13$ h) $-(\square) + 6 = 20$
 c) $-9 + (\square) = 5$ f) $-(\square) - 2 = 15$ i) $11 + (\square) = -19$

39 Suprimir los paréntesis y luego resolver.

- a) $12 - (-4 + 25 - 6) + (-6 + 7 - 15) + 2 =$ c) $-(-12 - 8 + 9 - (6 + 12 - 7) - 9 + 14 - 3) =$
 b) $-2 + (-8 + 6 - 5) - (6 + 15) - (-3 - 5) =$ d) $-7 + (-5 - (-7 + 11 - 9) - 4 + 3) - 2 + 4 =$

40 Unir los cálculos con el mismo resultado.

- | | | | |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $-5 \cdot (7 - 9)$ | e) $8 \cdot (-7) + 68$ | $12 \cdot 10 : (-15)$ | $-40 : 8 \cdot (-2)$ |
| b) $(3 - 21) : (-2)$ | f) $-10 - 6 \cdot (-3)$ | $72 : (-3) : (-3)$ | $-21 : (-7) \cdot (-2)$ |
| c) $12 + 5 \cdot (-4)$ | g) $34 : (-2) - (-23)$ | $144 : (-6) : (-4)$ | $-52 : 13 \cdot (-3)$ |
| d) $-30 : (-7 + 12)$ | | $35 : 7 \cdot (-2)$ | $-27 \cdot 4 : (-12)$ |

41 Escribir tres pares de números que verifiquen cada condición.

- a) Su producto es menor que menos doce. c) Son opuestos, y su producto es mayor que menos diez.
 b) Su cociente es menos cuatro. d) Su cociente es menor que menos seis.

42 Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones.

a) $(-23 + 5) : (-5 + 11) =$

d) $(9 - 20) \cdot (-13 + 30) =$

b) $(-7 - 13) \cdot (-21 + 14) =$

e) $(-14 + 20 - 13) \cdot (33 - 40) =$

c) $(-14 - 16) : (10 - 20) =$

f) $(-45 - 65) : (-15 + 34 - 8) =$

43 Completar las siguientes frases.a) La suma de dos números opuestos es .b) La diferencia entre un número y su siguiente es .c) El cociente de dos números opuestos es .d) El producto de dos números opuestos es siempre .**44** Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $-2 \cdot (-7 + 18) - (9 - 28 : 7) \cdot 3 =$

b) $-17 + 100 : (-20) \cdot 4 + (1 - 8 \cdot 2) \cdot 2 + 13 =$

c) $(-4 + 9 \cdot (-4)) : (-3 + 11) - 7 \cdot (5 - 14) =$

d) $(-6 \cdot 7 + 5 \cdot 8) \cdot (-18) : (7 - 10) + 7 \cdot (-8 + 13) + 14 =$

e) $(15 - 8 \cdot 3) \cdot 18 : 6 - 60 : (4 \cdot 5 - 7 \cdot 5) + 102 : (-1 - 2) =$

f) $-42 : (-35 + 42) + (-14 + 9 \cdot 7) : (-5 - 2) - 8 \cdot (-9) =$

Potenciación de números enteros

Teoría

La potenciación expresa una multiplicación de factores iguales y su resultado se denomina **potencia**.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ veces}} = \underbrace{a}_{\text{Base}}^n \rightarrow \text{Exponente} \quad a^0 = 1$$

Cuando la base es un número **negativo**, el signo de la potencia dependerá del exponente.

$$(-7)^2 = (-7) \cdot (-7) = + 49$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = + 81$$

$$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = - 125$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = - 32$$

Si el exponente es **par**, la potencia es **positiva**.

Si el exponente es **impar**, la potencia es **negativa**.

Aclaración importante: $(-6)^2 \neq -6^2$ $\left\{ \begin{array}{l} (-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = + 36 \\ -6^2 = -6 \cdot 6 = - 36 \end{array} \right.$

45 Calcular las siguientes potencias.

a) $(-10)^2 =$

d) $(-1)^7 =$

g) $-4^3 =$

b) $(-8)^3 =$

e) $(-2)^4 =$

h) $-7^0 =$

c) $-2^2 =$

f) $(-9)^0 =$

i) $(-6)^3 =$

46 Colocar = o \neq según corresponda.

a) $(-5)^3 \square -5^3$

d) $(-6)^0 \square -1$

g) $-4^3 \square -2^6$

b) $(-2)^4 \square -4^2$

e) $(-3)^1 \square 3$

h) $(-8)^2 \square 16$

c) $(-1)^6 \square (-1)^0$

f) $(-1)^5 \square -5$

i) $-10^0 \square -1$

47 Unir cada cálculo con su resultado.

a) $(-5 - 2)^3$

d) $(1 - 3)^7$

900

- 729

b) $(3 - 7)^2$

e) $(-12 + 4)^3$

16

81

- 512

c) $(-8 + 5)^4$

f) $(-4 - 5)^3$

- 128

- 343

- 64

48 Resolver los siguientes cálculos.

a) $(-2)^3 + 10 =$

e) $10^2 - 9^2 =$

b) $21 - 4^2 =$

f) $(-2)^4 - 4^2 =$

c) $-5^2 + 31 =$

g) $(-7 + 2)^2 - 10^2 =$

d) $(-3)^3 + 5^2 =$

h) $-8^2 + (6 - 9)^4 =$

Propiedades de la potenciación

Teoría

Propiedad	Simbólicamente	Ejemplos
Producto de potencias de igual base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$
Cociente de potencias de igual base	$a^n : a^m = a^{n-m}$	$7^5 : 7^2 = 7^{5-2} = 7^3$
Potencia de otra potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$
Distributiva respecto de la multiplicación	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 9)^3 = 2^3 \cdot 9^3$
Distributiva respecto de la división	$(a : b)^n = a^n : b^n$	$(6 : 3)^4 = 6^4 : 3^4$

La potenciación **NO** es distributiva respecto de la adición y de la sustracción: $(a \pm b)^2 \neq a^2 \pm b^2$

a) $(3+2)^2 \neq 3^2 + 2^2$

$$5^2 \neq 9 + 4$$

$$25 \neq 13$$

b) $(5-3)^2 \neq 5^2 - 3^2$

$$2^2 \neq 25 - 9$$

$$4 \neq 16$$

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

49 Resolver aplicando las propiedades.

a) $(-4)^5 : (-4)^3 =$

e) $(2^3 \cdot 2^5)^7 : (2 \cdot 2^4)^{10} =$

b) $(-3)^3 \cdot (-3)^2 =$

f) $(3^4 \cdot 3)^8 : (3^2 \cdot 3^7)^4 =$

c) $(-2)^4 \cdot (-2) =$

g) $(5^3 \cdot 5 \cdot 5^4)^4 : (5 \cdot 5^3)^7 =$

d) $(8^6)^2 : (8^3)^3 =$

h) $(4^5 \cdot 4 \cdot 4^3)^6 : (4^4 \cdot 4)^{10} =$

50 Reducir a la mínima expresión utilizando las propiedades.

a) $x^3 \cdot x \cdot x \cdot x^2 =$

d) $(n^3 \cdot n^4)^5 : n^{28} =$

b) $y^7 : y^2 =$

e) $(a^4 \cdot a \cdot a^3)^3 : (a^2 \cdot a^2)^5 =$

c) $(m^2 \cdot m)^4 =$

f) $(p^3 \cdot r^5)^6 : (p^5 \cdot r^8)^3 =$

51 Desarrollar los siguientes cuadrados.

a) $(x + 5)^2 =$

c) $(x^2 + 2)^2 =$

b) $(2x + 1)^2 =$

d) $(5x^3 + 3)^2 =$

Desafío

52 Probar que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Radicación de números enteros

Teoría

La radicación se define como: $\sqrt[n]{a} = b$ si se cumple que $b^n = a$
índice ← radical base

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \text{ porque } (-2)^3 = -8$$

$$\sqrt[5]{-243} = -3 \text{ porque } (-3)^5 = -243$$

Hay raíces como $\sqrt{-9}$ y $\sqrt[4]{-16}$ que no tienen solución en el conjunto de los números enteros.

53 Calcular las siguientes raíces.

a) $\sqrt[3]{-216} =$

d) $\sqrt{289} =$

g) $\sqrt{100} =$

b) $\sqrt[4]{81} =$

e) $\sqrt[3]{-27} =$

h) $\sqrt[5]{-32} =$

c) $\sqrt[5]{32} =$

f) $\sqrt[4]{625} =$

i) $\sqrt[3]{-1} =$

54 Unir las operaciones con el mismo resultado.

a) $7 + \sqrt[3]{-64}$

d) $-5 - \sqrt[3]{-729}$

$-1 - \sqrt[3]{-343}$

$\sqrt[3]{-8} + 6$

b) $\sqrt{169} - 8$

$\sqrt[3]{-1000} + 13$

$9 - \sqrt[4]{256}$

e) $\sqrt[3]{-512} - 1$

$\sqrt{225} - 7$

$\sqrt[3]{-1} - \sqrt{64}$

c) $\sqrt{121} + \sqrt[3]{-125}$

55 Completar con el número que corresponda.

a) $\sqrt{\square} + 5 = 6$

c) $\sqrt{5 \cdot \square} - 1 = 7$

e) $\sqrt{10^2 - \square^2} = 8$

b) $\sqrt[3]{\square} - 12 = -3$

d) $\sqrt[3]{1 - \square^2} = -2$

f) $\sqrt[5]{\square} \cdot 5 - 2 = -2$

56 Calcular las siguientes raíces.

a) $\sqrt{(24 - 8 \cdot 5) \cdot (1 - 2)} =$

b) $\sqrt[3]{-5 \cdot 15 + 47 \cdot (-3)} =$

c) $\sqrt{12 \cdot 8 + 25 \cdot 4} =$

d) $\sqrt[3]{-17 \cdot 8 - 21 \cdot 7 - 19 \cdot 8 - 11 \cdot 7} =$

e) $\sqrt[4]{-57 : 3 + 2 \cdot (8 \cdot 5 + 5 \cdot 2)} =$

Propiedades de la radicación

Teoría

- Distributiva respecto de la multiplicación y división:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

- Raíz de otra raíz: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

- Simplificación del índice: Si $a > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$

57 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a) $\sqrt{a} + \sqrt{a} = \sqrt[4]{a}$

e) $\sqrt{e} \cdot \sqrt{e} = 2\sqrt{e}$

b) $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = b$

f) $\sqrt[5]{s} : \sqrt[5]{s} = 0$

c) $\sqrt{\sqrt{k}} = \sqrt[6]{k}$

g) $\sqrt[4]{m} = \sqrt[3]{m}$

d) $\sqrt{n} + \sqrt{n} + \sqrt{n} = 3 \cdot \sqrt{n}$

h) $\sqrt{r} \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{r} = \sqrt{3r}$

58 Resolver aplicando las propiedades.

a) $\sqrt[3]{1000 : (-8)} =$

c) $\sqrt{100 \cdot 16} =$

e) $\sqrt{144 : 9} =$

b) $\sqrt{\sqrt{625}} =$

d) $\sqrt[3]{-64 : 8} =$

f) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$

59 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $(-3 \cdot 2 + 1)^2 \cdot (-2) + \sqrt{10^2 - 8^2} - (-6 + 10) \cdot (-2)^3 =$

b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32} + (32 : (-8) - 8^0) \cdot 3 + (5 - 3^2)^3 =$

c) $\sqrt{13^2 - 5^2} + (11 - 7 \cdot 2)^3 \cdot (-2) - (-9 + 5) \cdot (-2)^2 =$

d) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{27} - (-4^2 + 3 \cdot 4) \cdot (-5) + (-12) : (-2)^2 - 2^4 =$

Desafío

60 Unir las expresiones equivalentes.

a) $\sqrt{18}$

c) $\sqrt{12}$

e) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{20}$

d) $\sqrt{27}$

f) $\sqrt{32}$

$2\sqrt{5}$

$2\sqrt{2}$

$4\sqrt{2}$

$3\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}$

$3\sqrt{2}$

$3\sqrt{5}$

61 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- a) $-5^0 = 7^0$ d) $\sqrt[3]{-64} = -2^2$ g) $(-3)^2 = \sqrt{81}$
- b) $\sqrt{64} = (-2)^3$ e) $(-3)^0 = (-2)^0$ h) $\sqrt[3]{-512} = (-2)^3$
- c) $(-2)^4 = (-4)^2$ f) $\sqrt{-9} = 3$ i) $\sqrt{9} + \sqrt[3]{-8} = (-1)^0$

62 Unir los cálculos que tienen el mismo resultado.

- a) $22 - (1 - 3)^3$ d) $-28 - (2 - 6)^3$ $-7^2 - \sqrt{121}$ $(-5)^2 - \sqrt[3]{-125}$
- b) $7 \cdot 3 + (-3)^3$ e) $-12^2 : (-3^2)$ $10^2 - (2^3)^2$ $(-2)^6 : \sqrt{16}$
- c) $3 \cdot (5 - 5^2)$ $\sqrt[3]{-64} - 9^0$ $\sqrt[3]{-10^2 \cdot 2 - 4^2}$

63 Completar con el número que verifica las siguientes igualdades.

- a) $(\square)^3 + 1 = -7$ c) $(\square + 1)^3 = 343$ e) $3 \cdot \sqrt{\square - 2} = 39$
- b) $12 - \sqrt{\square} = 7$ d) $2 \cdot (\square^2 + 1) = 100$ f) $1 - (\square)^3 = 65$

64 Resolver aplicando las propiedades.

- a) $(-3)(-3)^5 : (-3)^3 =$
- b) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{3} =$
- c) $((-2)^3)^4 : (-2)^7 =$
- d) $\sqrt{5^3 \cdot 5 \cdot 5^2} =$
- e) $\sqrt[3]{7^8 \cdot 7 \cdot 7^2 \cdot 7} =$
- f) $\sqrt{6^4 : 2^4} =$

65 Factorar las bases, aplicar las propiedades de la radicación y resolver.

- a) $\sqrt{32 \cdot 400} =$ b) $\sqrt{\sqrt{1296}} =$ c) $\sqrt[3]{1728} =$ d) $\sqrt[4]{4 \cdot 096} =$

66 Desarrollar los siguientes cuadrados.

a) $(x - 3)^2 =$

b) $(3x + 2)^2 =$

c) $(x^2 - 5)^2 =$

d) $(2x^3 + 6x)^2 =$

67 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $(-24 : 3 - 7^0) \cdot 2 + \sqrt{7} \cdot \sqrt{28} + (12 - 2^4)^3 =$

b) $\sqrt{(3^2 + 3) : (-3) - 2^2} \cdot (-5) - (-6 + 2^3) \cdot (-5)^2 - 7^0 =$

c) $(-2^3 + 3^3) \cdot (-2) + \sqrt{10^2 - 3} \cdot (-7) \cdot (-3)^2 - 11^0 =$

d) $(1 - 3^2) : (-3 + 1) + (-5^2 + 6 \cdot 3) \cdot 2 - \sqrt{6} \cdot \sqrt{24} =$

e) $(-7^2 - 7^0) : (-5)^2 + \sqrt[3]{19} \cdot (-2)^3 - (-2)^6 =$

f) $-144 : (-2)^3 : (-3)^2 + (7 \cdot 2^3 - 5 \cdot 12)^3 + \sqrt[3]{2401} : \sqrt[3]{7} =$

g) $\sqrt[3]{1944} : \sqrt[3]{9} + (5 \cdot 3^3 - 20 \cdot 7)^3 - 216 : (-3)^2 : (-2)^3 =$

h) $\sqrt[3]{17 \cdot (-2)^5 - (-2)^5} - (-6^3 + 6^0) : (-5) + (-7)^2 =$

68 La tabla muestra el tiempo que tarda Lucas en la semana para llegar desde su casa hasta el trabajo.

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Tiempo	45 min	40 min	39 min	51 min	48 min	29 min

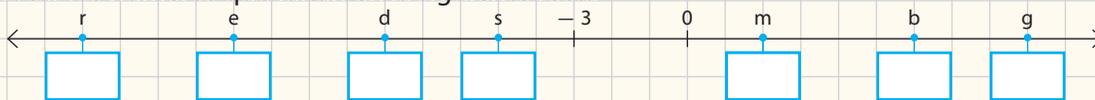
- a) Calcular el tiempo promedio.
- b) Asignar a cada día un número entero que represente cuánto más o cuánto menos del promedio tarda por día.

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Número entero						

Pensar y responder.

- c) ¿Cuánto tarda si el número entero es + 5?
- d) ¿Y cuánto, si el número entero es - 8?
- e) ¿Qué número le corresponde si tarda 42 min?

69 Colocar los números que faltan en la siguiente recta.



Escribir el número pedido en cada caso.

- a) El siguiente de s. \rightarrow
- b) El anterior a r. \rightarrow
- c) El opuesto de b. \rightarrow
- d) El módulo de d. \rightarrow

Calcular.

- e) $m + s =$ g) $e + d =$ i) $|e + b| =$
- f) $b - g =$ h) $e - r =$ j) $|r + g| =$

70 Suprimir los paréntesis y resolver.

- a) $(+ 12) - (+ 17) + (- 28) - (- 43) - (+ 38) - (- 13) =$
- b) $(- 25) + (- 38) - (- 14) - (+ 37) + (- 18) - (- 46) =$
- c) $- 5 - (8 - 9 + (- 3 + 7) + 14 - 2) - (- 8 + 3 + 10 - 6) =$
- d) $- 8 - (- 7 + 12 - 6 + 9) + (- 11 + 8 - (6 - 2 + 4) + 13) =$

71 Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones.

- a) $(- 104 + 68) : (- 24 + 30) =$ c) $(- 75 + 66) \cdot (- 4 - 8) =$
- b) $(74 - 85) \cdot (- 4 - 9) =$ d) $(58 - 103) : (- 14 + 23) =$

72 Colocar el número que verifique las siguientes igualdades.

a) $(\square + 2) \cdot (-4) = 12$

d) $(\square - 15) : (-2) = 4$

b) $30 : (\square + 3) = -6$

e) $\square \cdot 6 : (-4) = 9$

c) $-7 \cdot (\square + 4) = 35$

f) $-60 : (\square) \cdot 3 = 15$

73 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $(24 - 7 \cdot 8) : 8 \cdot (5 - 12) - 56 : (1 - 4 \cdot 2) + 48 : (-10 - 2) =$

b) $-64 : (-4) : (-2) - (-42 + 70) : (7 - 11) - (12 - 4 \cdot 9) \cdot (-2) =$

c) $60 : (-9 - 6) - 54 : (3 - 3 \cdot 4) + (32 - 8 \cdot 9) : (-5) \cdot (-1 + 7) =$

d) $(14 - 5 \cdot 8) \cdot 3 - (-35 + 77) : (3 - 10) - 72 : (-3) : (-2) =$

74 Resolver las siguientes potencias y raíces.

a) $(9 \cdot 8 - 546 : 7)^3 =$

d) $\sqrt[3]{-37 \cdot 8 - 18 \cdot 12} =$

b) $\sqrt[3]{-68 \cdot 7 - 11 \cdot 23} =$

e) $(8 \cdot 6 - 153 : 3)^4 =$

c) $(13 \cdot 5 - 4 \cdot 17)^5 =$

f) $\sqrt[3]{-781 : 11 - 29 \cdot 5} =$

75 Resolver aplicando las propiedades.

a) $(7^6 \cdot 7^3)^7 : (7^7 \cdot 7^5)^5 =$

b) $\sqrt[3]{5^8 \cdot 5 \cdot 5^9} =$

c) $(2^3 \cdot 2^3)^9 : (2^2 \cdot 2^5)^7 =$

d) $\sqrt[5]{13^{11} \cdot 13^8 \cdot 13} =$

e) $\sqrt[6]{12^{15} \cdot 12 \cdot 12^8} =$

76 Reducir a la mínima expresión aplicando las propiedades.

a) $\sqrt[3]{4x^{14} \cdot x^{23} : x^{19}} =$

b) $\sqrt[6]{4y^{27} \cdot y^{16} : y^{11}} =$

77 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $-36 : (-3)^2 \cdot (-13 + 4 \cdot 5) - (-3)^{11} : (-3)^8 - 4^2 =$

b) $(-8^2 + 5^2) : \sqrt{5^3 + 2^2} \cdot \sqrt{10^2 + 3 \cdot 7} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{27} =$

c) $\sqrt[3]{24 \cdot (-3)^3 - (-3)^4} + (-8^0 - 8^2) : \sqrt{10^2 + 23 \cdot 3} =$

d) $(-2)^{13} : (-2)^8 - 7^2 - 48 : (-4)^2 \cdot (-19 + 7 \cdot 2) =$

e) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32} + (-8^2 - 2^3) : \sqrt{4^3 + 2^3} \cdot \sqrt{9^2 + 57 : 3} =$

f) $\sqrt{54} \cdot \sqrt{6} - (-7^2 + (-9)^2) : \sqrt{11^2 - 3} \cdot \sqrt{13^2 + 3 \cdot 2^6} =$

g) $360 : (-2)^3 : (-3)^2 + (5 \cdot 3^3 - 6 \cdot 23)^4 - \sqrt[3]{4 \cdot 374} : \sqrt[3]{6} =$

h) $(-17 + 2^2 - 2)^2 : 9 : 5 - \sqrt[3]{17^2 + 5^3} \cdot 2 - 3^3 - 3^{11} : (3^3)^3 =$